

เฉลยข้อสอบ สามัญวิศวกร
ครั้งที่ 2/2544

วิชา Structural Analysis

TUMCIVIL.COM
Engineering Software Center
engfanatic CLUB
& member

GO SHARED

TUMCIVIL.COM

โดย ดอน สอนกาน

เผยแพร่ฟรี 

Structural Analysis

ครั้งที่ 2/2544

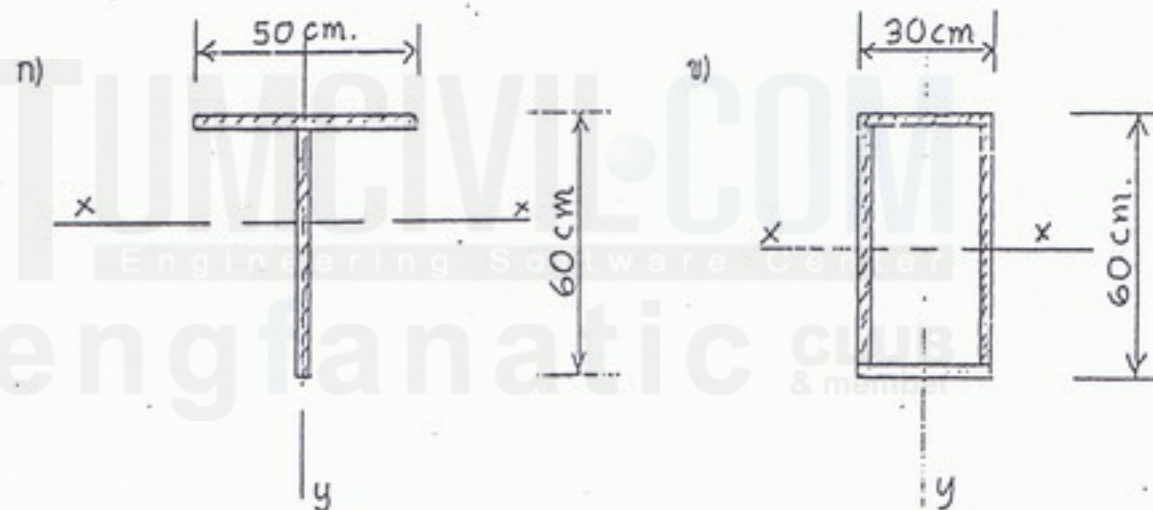
มหาวิทยาลัยราชภัฏวชิร

หมวดวิชาบังคับ Structural Analysis ข้อสอบมีทั้งหมด 6 ข้อ ให้เลือกทำ 4 ข้อ ข้อละ 25 คะแนน มีจำนวนหน้าทั้งหมด 12 หน้า ให้ทำในกระดาษคำตอบเท่านั้น (คะแนนเต็ม 100 คะแนน)

คะแนนข้อ 1

1.

คานช่วงเดียว (Simple beam) มีความยาวช่วง 5.0 เมตร รับน้ำหนักบรรทุก 2000 กิโลกรัม/เมตร ประกอบขึ้นจากเหล็กแผ่นมีความหนา 2 ซม. (built-up) ซึ่งมีหน้าตัดดังต่อไปนี้

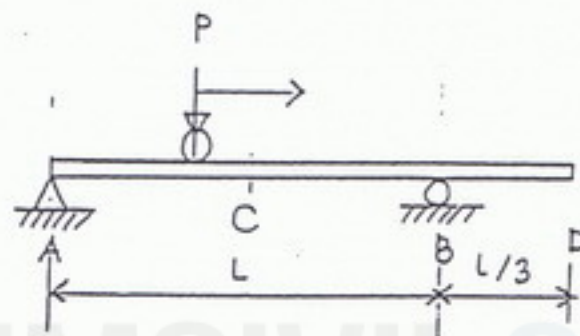


จงเปรียบเทียบการแอ่นตัว (deflection) ที่กึ่งกลางช่วงความยาวคานของคานทั้งสองลักษณะหน้าตัด

คะแนนข้อ 2

2. กำหนดให้คานารับน้ำหนักบรรทุกทุกแบบเคลื่อนที่ได้ (Moving Load) ดังแสดง จงเขียน Influence Lines สำหรับ

- แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ
- โมเมนต์ลบที่จุดรองรับ B
- ระยะเคลื่อนที่จุดกึ่งกลางช่วงคาน C

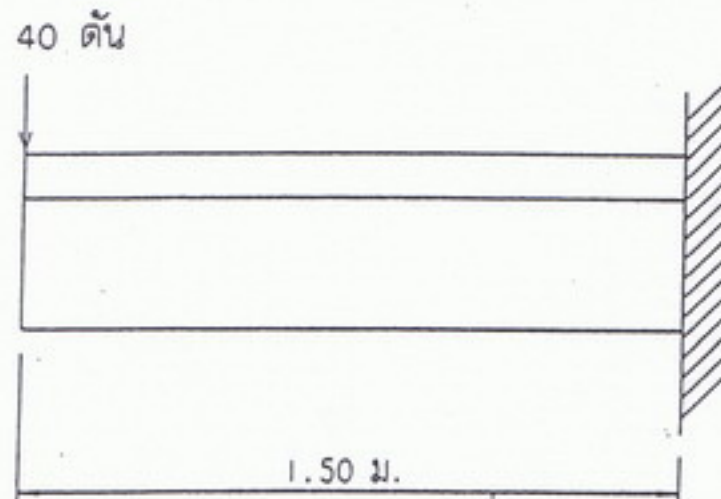
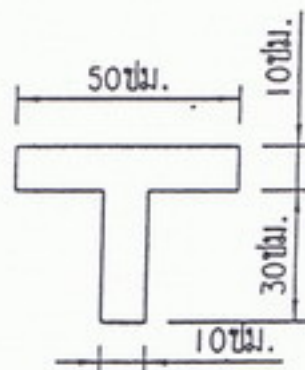


$EI = \text{คงที่}$

คะแนนข้อ 3

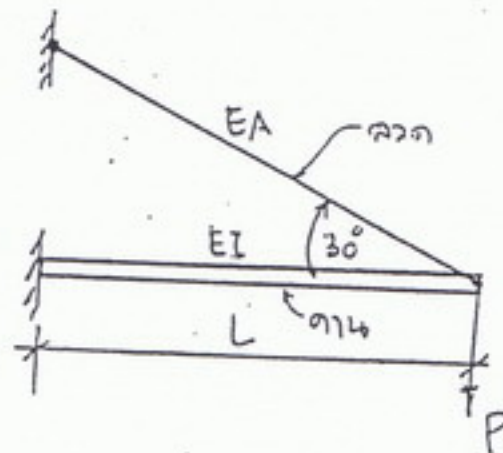
3. คานยื่นโครงสร้างเหล็กรูปพรรณดังในรูป รับน้ำหนักบรรทุก 40 ตัน ที่ปลายคาน วัสดุมีค่า $E = 2.10 \times 10^6$ กก./ตร.ซม. ให้หา

- หน่วยแรงดึงและแรงอัดสูงสุด
- รัศมีความโค้ง (Radius of curvature)



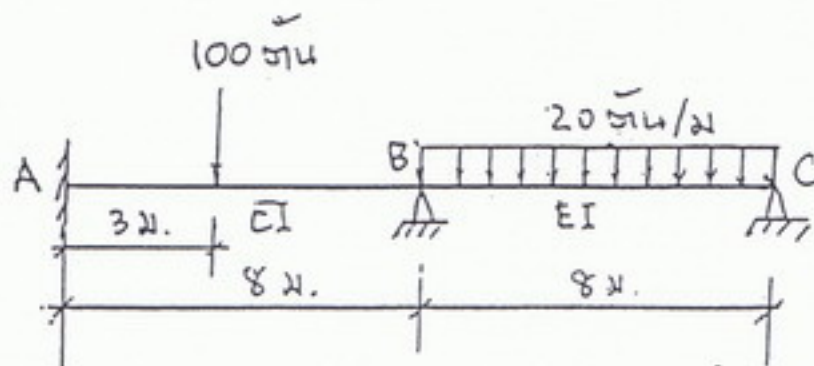
คะแนนข้อ 5

5. จงคำนวณแรงดึงในลวดและโมเมนต์ดัดสูงสุดในคานของโครงสร้างดังแสดงในรูป โดยให้แสดงอยู่ในพจน์ของ P , L , EA และ EI



คะแนนข้อ 6

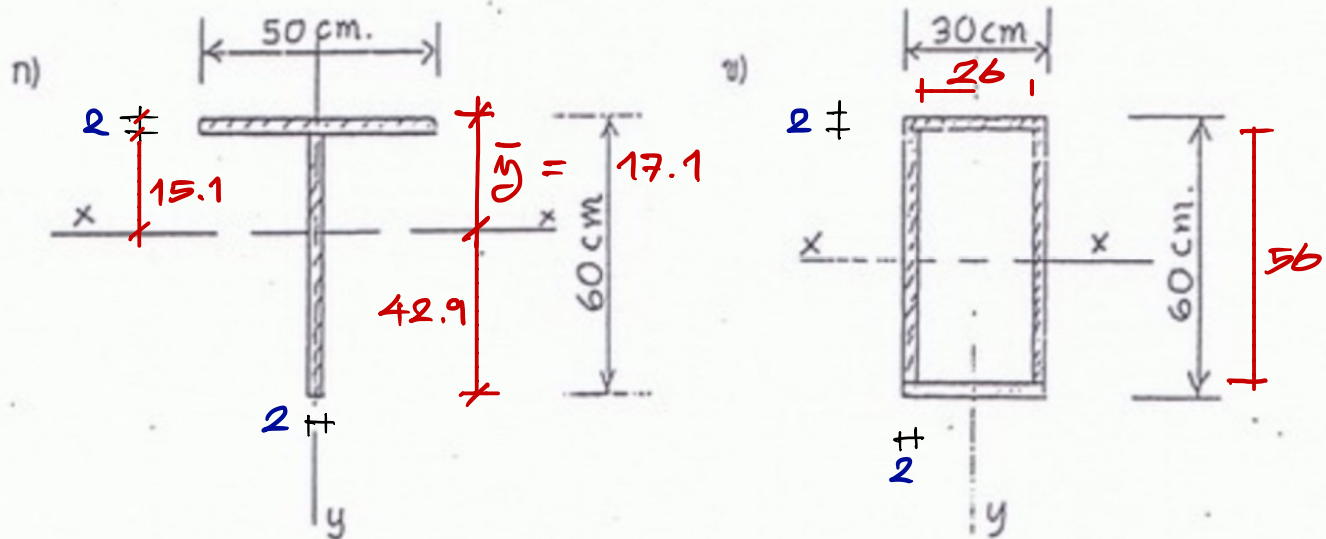
6. จงคำนวณหาโมเมนต์ดัด ณ จุดรองรับ A, B และ C ของคานต่อเนื่องดังแสดงในรูป นอกจากน้ำหนักบรรทุกที่กระทำบนคานแล้ว จุดรองรับ B เกิดการทรุดตัววัดได้เท่ากับ 0.02 ม.



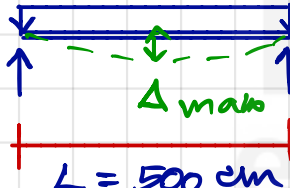
$$EI = \text{คงที่}$$

1

คานช่วงเดียว (Simple beam) มีความยาวช่วง 5.0 เมตร รับน้ำหนักบรรทุก 2000 กิโลกรัม/เมตร ประกอบขึ้นจากเหล็กแผ่นมีความหนา 2 ซม. (built-up) ซึ่งมีหน้าตัดดังต่อไปนี้



จงเปรียบเทียบการแอ่นตัว (deflection) ที่กึ่งกลางช่วงความยาวคานของคานทั้งสองลักษณะหน้าตัด

$w = 2000 \text{ kg/m}$ $\therefore \Delta_{\text{max}} = \frac{5wL^4}{384EI}$

 $L = 500 \text{ cm}$
 $I_{\text{ก}} = \frac{30(60)^3}{12} - \frac{26(58)^3}{12}$
 $= 478496/3 \text{ cm}^4$
 $\therefore \Delta_{\text{max}}$ ของหน้าตัด ก < ของหน้าตัด ข
 หรือจะขึ้นอยู่กับค่า I ของหน้าตัด เพราะ w, L เดียวกัน
 วิศวได้ขงกัน (E เท่ากัน)

หา $\bar{y}$ ของหน้าตัด ก

$$\bar{y} = \frac{(50 \times 2)(1) + (2 \times 58)(31)}{(50 \times 2) + (2 \times 58)} = \frac{154}{9} = 17.1 \text{ cm}$$

$$\therefore I_{\text{ข}} = \frac{50(17.1)^3}{3} - \frac{48(15.1)^3}{3} + \frac{2(42.9)^3}{3} = 242656/3 \text{ cm}^4$$

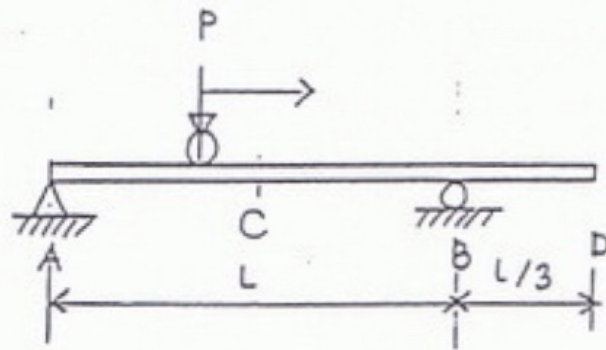
$$I_{\text{ก}} < I_{\text{ข}} ; \therefore \Delta \text{ น้อยกว่าหน้าตัด ก } > \Delta \text{ น้อยกว่าหน้าตัด ข }$$

$$\text{เก็บข้อคิด } \gamma = \frac{I_{\text{ข}}}{I_{\text{ก}}} = 1.972$$

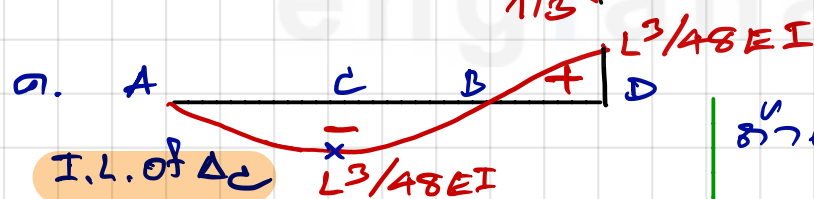
2

กำหนดให้คานารับน้ำหนักบรรทุกทุกแบบเคลื่อนที่ได้ (Moving Load) ดังแสดง จงเขียน Influence Lines สำหรับ

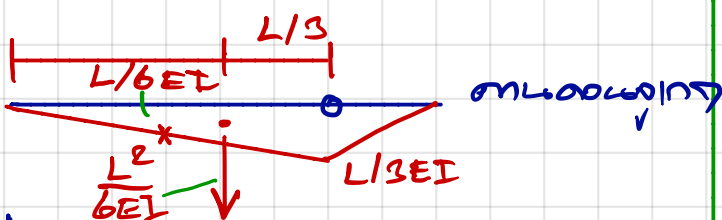
- แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ
- โมเมนต์ลบที่จุดรองรับ B
- ระยะเคลื่อนที่จุดกึ่งกลางช่วงคาน C



$$EI = \text{คงที่}$$



ถ้า แร 1 หน่วยกระทำที่ D



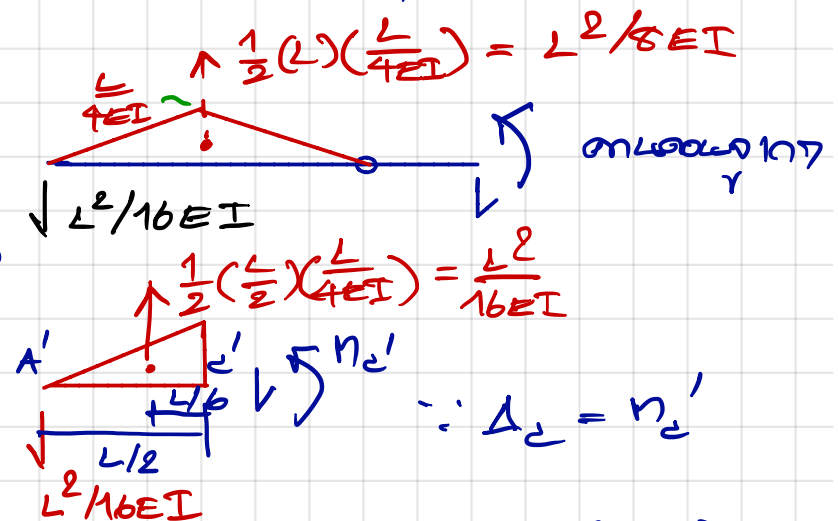
$$\frac{1}{6EI} \cdot \frac{L}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{L^2}{18EI}$$

$$\Delta_C = \frac{L^2}{18EI}$$

$$EI \Delta_C = \left(\frac{L^2}{18EI} \cdot \frac{L}{2} \right) - \left(\frac{L^2}{24EI} \cdot \frac{L}{6} \right)$$

$$\Delta_C = \frac{L^3}{48EI}$$

ถ้า แร 1 หน่วยกระทำที่ C



$$EI \Delta_C = \left(\frac{L^2}{16} \cdot \frac{L}{2} \right) + \left(\frac{L^2}{16} \cdot \frac{L}{6} \right)$$

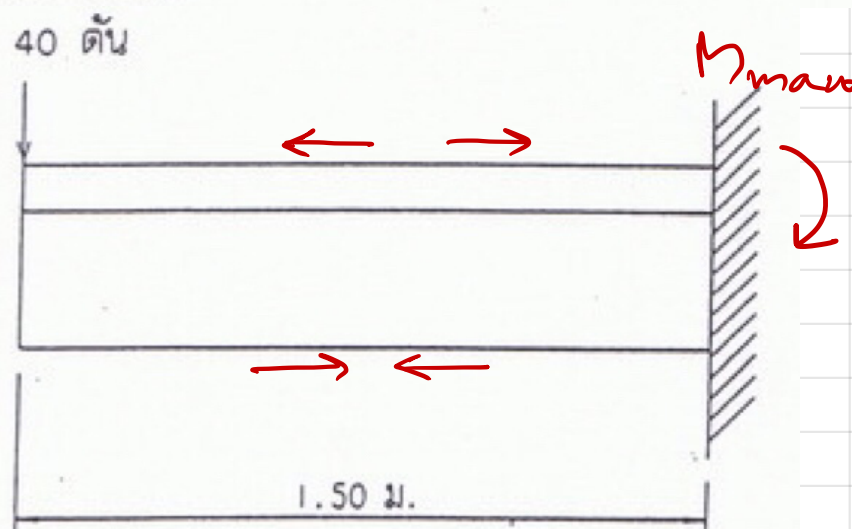
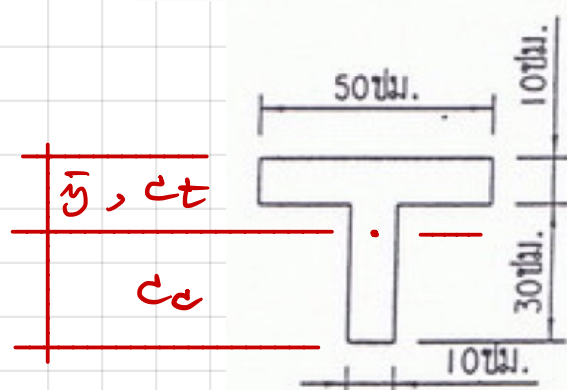
$$\Delta_C = -\frac{L^3}{48EI} = \frac{L^3}{48EI}$$

3

คานยื่นโครงสร้างเหล็กรูปพรรณดังในรูป รับน้ำหนักบรรทุก 40 ตัน ที่ปลายคาน วัสดุมีค่า $E = 2.10 \times 10^6$ กก./ตร.ซม. ให้หา

ก. หน่วยแรงดึงและแรงอัดสูงสุด

ข. รัศมีความโค้ง (Radius of curvature)



$$ก) M_{max} = 40(1.5)$$

$$= 60 \text{ T.m} = 6 \times 10^6 \text{ kg.cm}$$

หน่วยแรงดึงสูงสุดเกิดที่หน้ารองรับ, $\sigma_{tmax} = \frac{M c_t}{I}$

หน่วยแรงอัดสูงสุดเกิดที่หน้ารองรับ, $\sigma_{bmax} = \frac{M c_b}{I}$

$$\bar{y} = \frac{(50 \times 10)(5) + (10)(30)(25)}{(50)(10) + (10)(30)} = 12.5 \text{ cm}$$

$$\therefore c_t = 12.5 \text{ cm}, c_b = 40 - 12.5 = 27.5 \text{ cm}$$

$$I = \frac{50(12.5)^3}{3} - \frac{40(2.5)^3}{3} + \frac{10(27.5)^3}{3} = 305000/3 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_{tmax} = (6 \times 10^6)(12.5) / (305000/3) = 737.70 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{bmax} = (6 \times 10^6)(27.5) / (305000/3) = 1622.95 \text{ kg/cm}^2$$

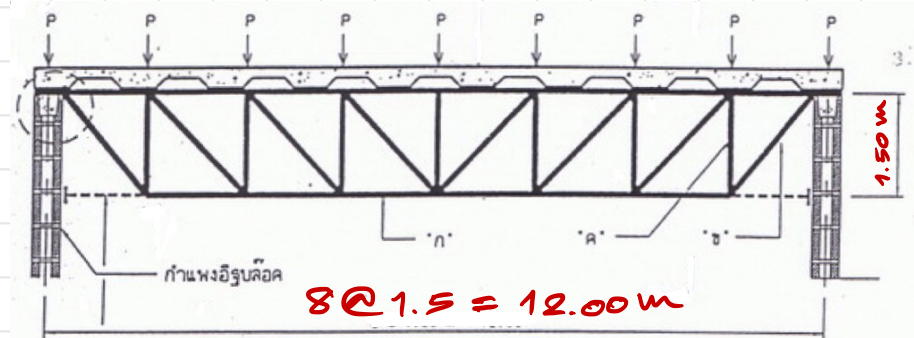
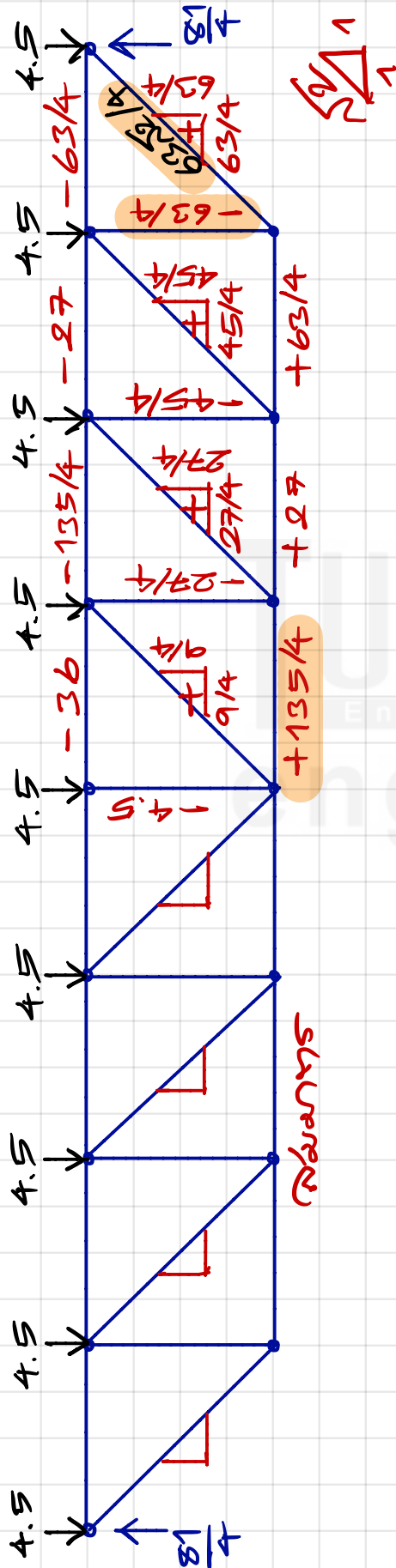
$$ข) \because \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \therefore \text{รัศมีความโค้ง}, \rho = \frac{EI}{M}$$

$$\rho = (2.1 \times 10^6)(305000/3) / (6 \times 10^6)$$

$$= 106750/3 = 35583 \text{ cm} = 355.83 \text{ m}$$

4

โครงเหล็กดัก (Truss) รองรับหลังคา ซึ่งประกอบด้วย (Metal Deck) และเทห์ด้วยคอนกรีต ดังแสดงในรูป น้ำหนักทั้งหมดที่กระทำที่ข้อต่อของโครงเหล็กดัก (น้ำหนัก P) = 4.5 ตัน จงคำนวณหาแรงในองค์อาคาร "ก" "ข" และ "ค"



เขียน FBD ของโครงขั้วบน แล้ววิเคราะห์
หาแรงในองค์อาคารด้วยวิธีจอร์จสัน
(ทริคเกอร์โครงสร้าง, 2561)

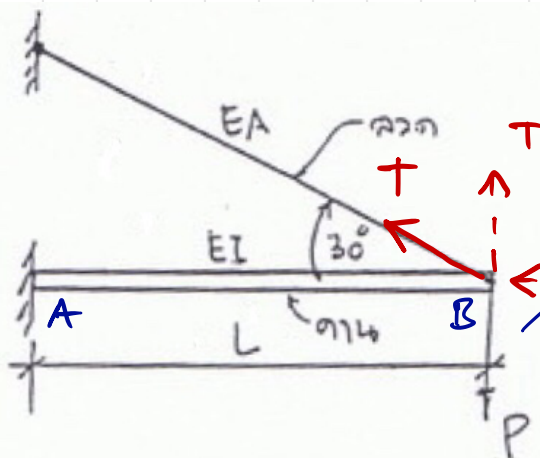
∴ แรงในองค์อาคาร

$$"ก" = + \frac{135}{4} = 33.75 \text{ T } // \text{ดึง}$$

$$"ข" = + \frac{63\sqrt{2}}{4} = 22.27 \text{ T } // \text{ดึง}$$

$$"ค" = - \frac{63}{4} = 15.75 \text{ T } // \text{อัด}$$

- 5 จงคำนวณแรงดึงในลวดและโมเมนต์ดัดสูงสุดในคานของโครงสร้างดังแสดงในรูป โดยให้แสดงอยู่ในพจน์ของ P, L, EA และ EI



พิจารณาข้อต่อจากโหนด

ไม่ได้นำค่า A มาแทน

∴ ไม่พิจารณาแรงดัดในคาน
เนื่องจากแรง T

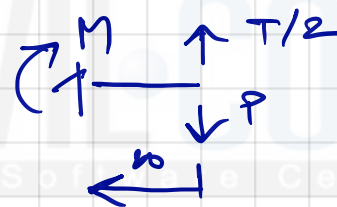
$T \sin 30^\circ$
 $T \cos 30^\circ$
ไม่พิจารณา

วิธี Least Work

$$\frac{\partial W_i}{\partial T} = 0 = S \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right) \frac{L_{\text{max}}}{EA} + \int_0^L M \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right) \frac{du}{EI}$$

โดย $S = T$, $\partial S / \partial T = 1$, $L_{\text{max}} = 2L / \sqrt{3}$

จาก B ไป A ($0 \rightarrow L$):



$$M = \frac{T}{2}u - Pu$$

$$\frac{\partial M}{\partial T} = \frac{u}{2}, \quad M \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right) = \frac{T u^2}{4} - \frac{P u^2}{2}$$

$$\therefore \frac{T(1)(2L)}{\sqrt{3}EA} + \int_0^L \left(\frac{T u^2}{4} - \frac{P u^2}{2} \right) \frac{du}{EI} = 0$$

$$(2TL / \sqrt{3}EA) + \left[\frac{T u^3}{12} \Big|_0^L - \frac{P u^3}{6} \Big|_0^L \right] / EI = 0$$

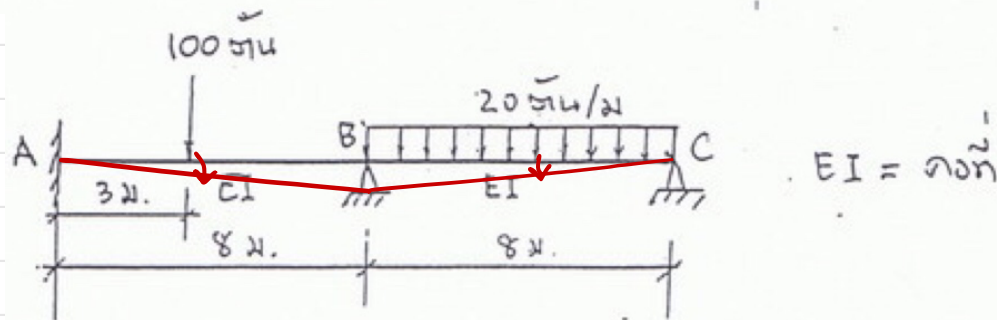
$$\frac{2TL}{\sqrt{3}EA} + \frac{T L^3}{12EI} - \frac{P L^3}{6EI} = 0$$

$$\frac{T L}{E} \left[\frac{2}{\sqrt{3}A} + \frac{L^2}{12I} \right] = \frac{P L^3}{6EI}$$

$$\therefore T = \frac{P L^2}{6I} / \left[\frac{2}{\sqrt{3}A} + \frac{L^2}{12I} \right]$$

$$M_{\text{max}} = \frac{T L}{2} - P L = \left\{ \frac{P L^3}{12I} / \left[\frac{2}{\sqrt{3}A} + \frac{L^2}{12I} \right] \right\} - P L$$

- 6 จงคำนวณหาโมเมนต์ดัด ณ จุดรองรับ A, B และ C ของคานต่อเนื่องดังแสดงในรูป นอกจากนั้นนักบรรทุกที่กระทำบนคานแล้ว จุดรองรับ B เกิดการทรุดตัวได้เท่ากับ 0.02 ม.



$$K_{AB} = \frac{I}{8} = K_{BC} \quad \text{ได้เท่ากับ } K$$

$$\theta_A = 0, \quad \phi_{AB} = +\frac{0.02}{8} = +\frac{1}{400}, \quad \phi_{BC} = \phi_{CB} = -\frac{0.02}{8} = -\frac{1}{400}$$

$$FEM_{AB} = -\frac{100(3)(5)^2}{8^2} = -\frac{1875}{16} \quad \text{T.m}$$

$$FEM_{BA} = +\frac{100(3)^2(5)}{8^2} = +\frac{1125}{16} \quad \text{T.m}$$

$$FEM_{BC} = -\frac{20(8)^2}{12} = -\frac{320}{3} \quad \text{T.m}, \quad FEM_{CB} = +\frac{320}{3} \quad \text{T.m}$$

$$M_{AB} = 2EK \left(2\theta_A + \theta_B - \frac{3}{400} \right) - \frac{1875}{16} = 2EK\theta_B - \frac{3EK}{200} - \frac{1875}{16}$$

$$M_{BA} = 2EK \left(\theta_A + 2\theta_B - \frac{3}{400} \right) + \frac{1125}{16} = 4EK\theta_B - \frac{3EK}{200} + \frac{1125}{16}$$

$$M_{BC} = 2EK \left[2\theta_B + \theta_C - \left(-\frac{3}{400} \right) \right] - \frac{320}{3} = 4EK\theta_B + 2EK\theta_C + \frac{3EK}{200} - \frac{320}{3}$$

$$M_{CB} = 2EK \left[\theta_B + 2\theta_C + \frac{3}{400} \right] + \frac{320}{3} = 2EK\theta_B + 4EK\theta_C + \frac{3EK}{200} + \frac{320}{3}$$

$$\sum M_B = 0 = M_{BA} + M_{BC} = \left(4EK\theta_B - \frac{3EK}{200} + \frac{1125}{16} \right) + \left(4EK\theta_B + 2EK\theta_C + \frac{3EK}{200} - \frac{320}{3} \right)$$

$$8EK\theta_B + 2EK\theta_C = \frac{1745}{48} \quad \text{--- ①}$$

$$\therefore M_{CB} = 0 = 2EK\theta_B + 4EK\theta_C + \frac{3EK}{200} + \frac{320}{3}$$

$$2EK\theta_B + 4EK\theta_C = -\frac{320}{3} - \frac{3EK}{200} \quad \text{--- ②}$$

$$\text{①} \times 2; \quad 16EK\theta_B + 4EK\theta_C = \frac{1745}{24} \quad \text{--- ③}$$

محل 7/7

$$③ - ② ; 14EK\theta_B = \frac{1435}{8} + \frac{3EK}{200}$$

$$EK\theta_B = \frac{205}{16} + \frac{3EK}{2800}$$

من معادله $EK\theta_B$ در ②

$$\therefore 4EK\theta_C = -\frac{320}{3} - \frac{3EK}{200} - \left[\frac{2(205)}{16} + \frac{2(3EK)}{2800} \right]$$

$$= -\frac{3175}{24} - \frac{3EK}{175}$$

$$EK\theta_C = -\frac{3175}{96} - \frac{3EK}{700}$$

$\therefore$

محل: T.m

$$M_{AB} = \left[\frac{2(205)}{16} + \frac{2(3EK)}{2800} \right] - \frac{3EK}{200} - \frac{1875}{16} = -\frac{1465}{16} - \frac{9EK}{700}$$

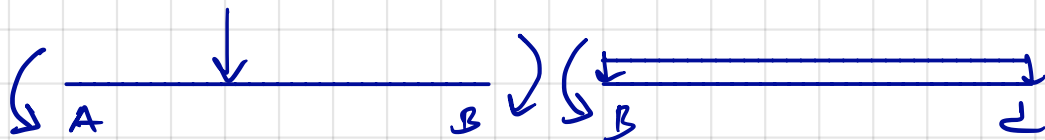
$$M_{BA} = \left[\frac{4(205)}{16} + \frac{4(3EK)}{2800} \right] - \frac{3EK}{200} + \frac{1125}{16} = \frac{1945}{16} - \frac{3EK}{280} \quad \checkmark$$

$$M_{BC} = \left[\frac{4(205)}{16} + \frac{4(3EK)}{2800} \right] + \left[-\frac{2(3175)}{96} - \frac{2(3EK)}{700} \right] + \frac{3EK}{200} - \frac{320}{3}$$

$$= -\frac{1945}{16} + \frac{3EK}{280} \quad \checkmark$$

$$M_{CB} = \left[\frac{2(205)}{16} + \frac{2(3EK)}{2800} \right] + \left[-\frac{4(3175)}{96} - \frac{4(3EK)}{700} \right] + \frac{3EK}{200} + \frac{320}{3}$$

$$= 0 \quad \checkmark$$



$$\therefore \left. \begin{aligned} M_A &= -\frac{1465}{16} - \frac{9EK}{700} \text{ T.m} \\ M_B &= -\frac{1945}{16} + \frac{3EK}{280} \text{ T.m} \\ M_C &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ Solve } EK = \frac{EI}{8} \text{ T.m}$$